



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Công thức Bayes được sử dụng để tính xác suất của sự kiện nào sau đây?

- A. Xác suất vô điều kiện. **B. Xác suất có điều kiện.**
C. Xác suất của các biến độc lập. **D. Xác suất của các biến ngẫu nhiên.**

Lời giải

Công thức Bayes được sử dụng để tính xác suất có điều kiện của một sự kiện dựa trên thông tin đã biết về một sự kiện khác. Nó cho phép cập nhật xác suất ban đầu với thông tin mới.

Câu 2: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,2$ và $P(A|B) = 0,15$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

- A. 0,1.** **B. 0,4.** **C. 0,225.** **D. 0,009.**

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,2 \cdot 0,15}{0,3} = 0,1$.

Câu 3: Một hộp có 60 viên bi màu xanh và 40 viên bi màu đỏ; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, số lượng viên bi có dán nhãn được cho trong bảng sau:

Dán nhãn \ Màu bi	Có dán nhãn	Không dán nhãn
Đỏ	30	10
Xanh	30	30

Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, gọi A là biến cố “Viên bi được chọn có dán nhãn” và B là biến cố “Viên bi được chọn có màu đỏ”. Giá trị biểu thức

$P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$.** **B. $\frac{2}{5}$.** **C. $\frac{3}{5}$.** **D. $\frac{1}{2}$.**

Lời giải

Số viên bi có dán nhãn là $30 + 30 = 60$.

Xác suất để chọn được một viên bi có dán nhãn là $P(A) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$.

Ta có $P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = P(A) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$.

Câu 4: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Xác suất của biến cố B với điều kiện A đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

A. $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$.

B. $P(A|B) = \frac{P(A).P(\bar{A}|B)}{P(B)}$.

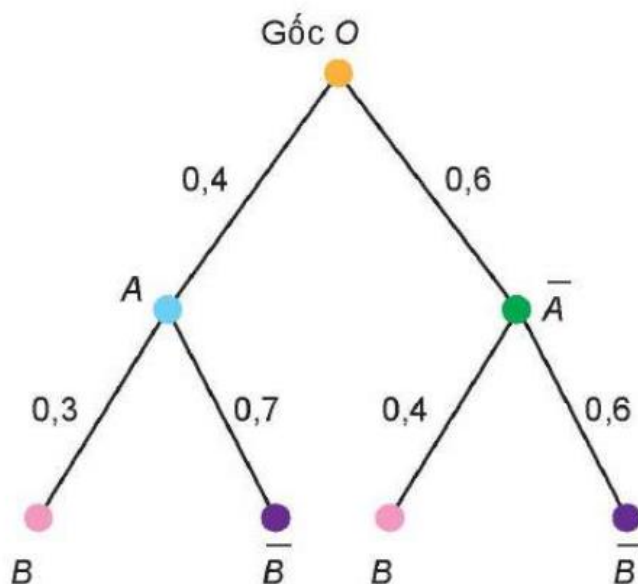
C. $P(A|B) = \frac{P(B|A)}{P(B)}$.

D. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.

Lời giải

Công thức đúng là $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$.

Câu 5: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một địa phương X có 40% học sinh lựa chọn khối C01 (gồm các môn Toán - Văn - Vật lí – Công nghệ). Biết rằng tỉ lệ, nếu một học sinh chọn tổ hợp C01 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 30%; còn nếu học sinh đó không chọn tổ hợp C01 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 40%. Gọi A là biến cố “Học sinh đó chọn tổ hợp C01” và B là biến cố “Học sinh đó đỗ đại học”. Từ đó ta có sơ đồ hình cây như hình dưới đây



Chọn ngẫu nhiên một học sinh đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp C01.

A. $\frac{12}{13}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. $\frac{6}{11}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Trên nhánh cây OA và $O\bar{A}$ tương ứng ghi $P(A) = 0,4; P(\bar{A}) = 0,6$.

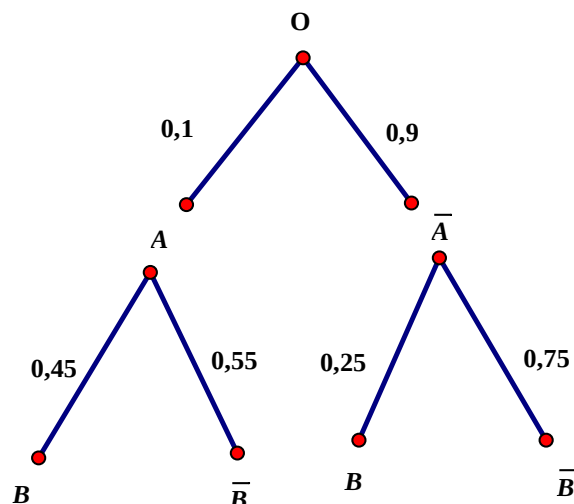
Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|A) = 0,3; P(\bar{B}|A) = 0,7$

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|\bar{A}) = 0,4; P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6$

Khi đó $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,4.0,3}{0,3.0,4 + 0,6.0,4} = \frac{1}{3}$.

Câu 6: Tỉ lệ người mắc bệnh nền ở một địa phương là 0,1. Một loại vaccine phòng cúm được tiêm ở địa phương đó. Người bị bệnh nền thì xác suất phản ứng phụ sau tiêm là 0,45. Còn người không mắc bệnh nền thì có xác suất phản ứng phụ sau tiêm là 0,25. Chọn ngẫu nhiên một người tiêm vaccine

và người này có phản ứng phụ. Gọi A là biến cố “người được chọn mắc bệnh nền”, B là biến cố “người này có phản ứng phụ”. Ta có sơ đồ hình cây như hình dưới đây



Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{102}{191}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{121}{134}$.

Lời giải

Trên nhánh cây OA và $O\bar{A}$ tương ứng ghi $P(A)=0,1, P(\bar{A})=0,9$.

Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|A)=0,45, P(\bar{B}|A)=0,55$

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|\bar{A})=0,25, P(\bar{B}|\bar{A})=0,75$

Khi đó $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,1.0,45}{0,1.0,45 + 0,9.0,25} = \frac{1}{6}$.

Câu 7: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A)=0,4; P(B)=0,45; P(A|B)=0,25$. Khi đó $P(B|A)$ bằng

A. $\frac{12}{25}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. $\frac{9}{32}$.

D. $\frac{11}{25}$.

Lời giải

Áp dụng công thức Bayes ta có

$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,45.0,25}{0,4} = \frac{9}{32}$.

Câu 8: Khảo sát thị lực của 100 học sinh ta thu được bảng số liệu sau

Thị lực \ Giới tính	Nam	Nữ
Có tật khúc xạ	18	12
Không có tật khúc xạ	32	38

Chọn ngẫu nhiên một bạn trong số 100 bạn học sinh nói trên. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn có tật khúc xạ” và B là biến cố “Học sinh được chọn là nữ”. Giá trị biểu thức $P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$ bằng

A. 0,5.

B. 0,4.

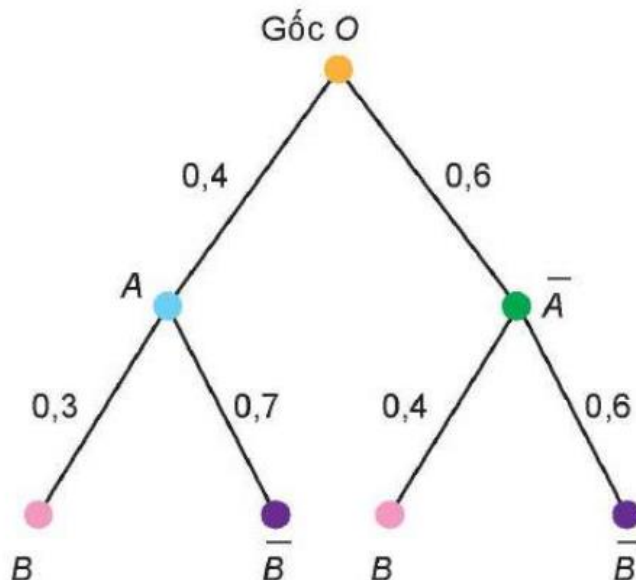
C. 0,3.

D. 0,24.

Lời giải

Ta có $P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B})=P(A)=\frac{12+18}{100}=\frac{3}{10}=0,3$.

Câu 9: Cho sơ đồ hình cây như sau



Tính xác suất của biến cố B .

A. 0,36.

B. 0,12.

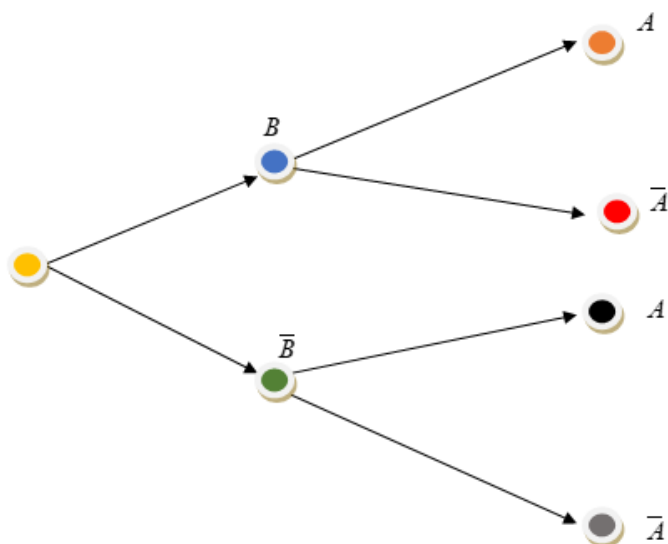
C. 0,51.

D. 0,24.

Lời giải

Ta có $P(B)=0,4.0,6+0,4.0,3=0,36$.

Câu 10: Trong một trò chơi hái hoa có thưởng của lớp 12A, cô giáo chủ nhiệm treo 10 bông hoa trên cành cây, trong đó có 5 bông hoa chứa phiếu có thưởng. Bạn Bình hái bông hoa đầu tiên, sau đó bạn An hái bông hoa thứ hai. Gọi A là biến cố “Bông hoa bạn An hái được chứa phiếu có thưởng” và B là biến cố “Bông hoa bạn Bình hái được chứa phiếu có thưởng”. Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất bạn An hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng.



A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{5}$.

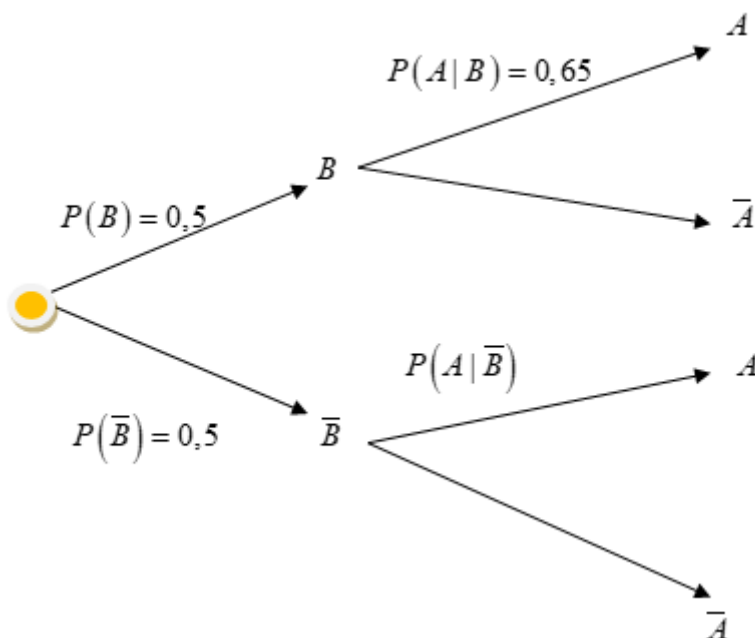
Lời giải

Ta có $P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{1}{2}$; $P(A|B) = \frac{4}{9}$; $P(A|\bar{B}) = \frac{5}{9}$.

Vậy xác suất bạn An hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{2}.$$

Câu 11: Theo một số liệu thống kê, tỉ lệ người Canada thừa cân là 59,2% và có 65% nam giới là thừa cân. Nam giới và nữ giới ở Canada đều chiếm 50% dân số cả nước. Chọn ngẫu nhiên một người Canada, gọi A là biến cố “Người được chọn là thừa cân” và B là biến cố “Người được chọn là nam giới”. Sơ đồ hình cây mô tả tình huống trên được cho trong hình sau:



Tỉ lệ nữ giới Canada thừa cân là

A. 35%.

B. 54,3%.

C. 53,4%.

D. 50%.

Lời giải

Ta có $P(A) = 59,2\% = 0,592$; $P(B) = P(\bar{B}) = 50\% = 0,5$; $P(A|B) = 65\% = 0,65$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}).$$

$$\Rightarrow 0,592 = 0,5.0,65 + 0,5.P(A|\bar{B}).$$

$$\Rightarrow P(A|\bar{B}) = 0,534 = 53,4\%.$$

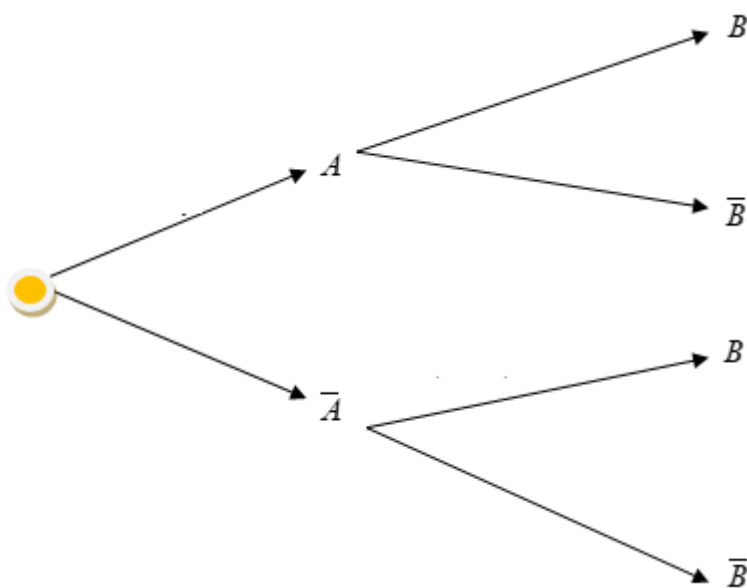
Câu 12: Một đội tuyển thi bắn súng có 10 xạ thủ, bao gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ hạng I và hạng II lần lượt là 0,75 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó chỉ bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Chọn được xạ thủ hạng I” và B là biến cố “Viên đạn trúng mục tiêu”. Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất để viên đạn đó trúng mục tiêu.

A. 0,75.

B. 0,66.

C. 0,33.

D. 0,6.



Lời giải

Ta có $P(A) = \frac{4}{10} = 0,4$; $P(\bar{A}) = \frac{6}{10} = 0,6$; $P(B|A) = 0,75$; $P(B|\bar{A}) = 0,6$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,4.0,75 + 0,6.0,6 = 0,66.$$

Vậy xác suất để viên đạn trúng mục tiêu là 0,66.

Câu 13: Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,7$, $P(A|B) = 0,6$, $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Tính $P(A)$.

A. 0,3.

B. 0,54.

C. 0,4.

D. 0,6.

Lời giải

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,7.0,6 + 0,3.0,4 = 0,54.$$

Câu 14: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(B) < 1$, xác suất của biến cố A được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$. **B.** $P(A) = P(B).P(B|A) + P(\bar{B}).P(B|\bar{A})$.
C. $P(A) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$. **D.** $P(A) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Lời giải

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

Câu 15: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(A) < 1$, xác suất của biến cố B được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(B) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$. **B.** $P(B) = P(B).P(B|A) + P(\bar{B}).P(B|\bar{A})$.
C. $P(B) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$. **D.** $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Lời giải

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Câu 16: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(B) > 0$, xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. **B.** $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.
C. $P(A|B) = \frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}$. **D.** $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.

Câu 17: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Xác suất của biến cố B với điều kiện biến cố A đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(B|A) = \frac{P(A).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$. **B.** $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$.
C. $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$. **D.** $P(B|A) = \frac{P(A).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$.

Câu 18: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$ và $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng

- A.** 0,5. **B.** 0,6. **C.** 0,8. **D.** 0,2.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6.0,4}{0,3} = 0,8$.

Câu 19: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A)=0,4; P(B)=0,3; P(A|B)=0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

- A.** 0,1875. **B.** 0,48. **C.** 0,333. **D.** 0,95.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,3.0,25}{0,4} = 0,1875$.

Câu 20: Cho hai biến cố A, B với $P(B)=0,6; P(A|B)=0,7$ và $P(A|\bar{B})=0,4$ Khi đó, $P(A)$ bằng

A. 0,7. **B.** 0,4. **C.** 0,58. **D.** 0,52.

Lời giải

Ta có: $P(\bar{B})=1-P(B)=1-0,6=0,4$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,7 + 0,4.0,4 = 0,58.$$

Câu 21: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số bằng

- A.** $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{9}{16}$. **C.** $\frac{3}{16}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”; B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”.

Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

$$\text{Ta có } P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}, P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}, P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}, P(A|\bar{B}) = 50\% = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}.$$

Câu 22: Một công ty một ngày sản xuất được 850 sản phẩm trong đó có 50 sản phẩm không đạt chất lượng. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên không hoàn lại 2 sản phẩm để kiểm tra. Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là

- A.** $\frac{1}{17}$. **B.** $\frac{1}{13}$. **C.** $\frac{2}{17}$. **D.** $\frac{5}{19}$.

Lời giải

Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố sản phẩm thứ nhất, sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng.

Nếu sản phẩm thứ nhất không đạt chất lượng thì còn 49 sản phẩm không đạt chất lượng trong

$$\text{tổng số 849 sản phẩm nên } P(A_2|A_1) = \frac{49}{849}.$$

$$\text{Ta có } P(A_1) = \frac{50}{850}, P(\bar{A}_1) = \frac{800}{850} \text{ và } P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{50}{849}$$

Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là

$$P(A_2) = P(A_1).P(A_2|A_1) + P(\bar{A}_1).P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{50}{850} \cdot \frac{49}{849} + \frac{800}{850} \cdot \frac{50}{849} = \frac{1}{17}.$$

Câu 23: Trong trò chơi hái hoa có thưởng của lớp 10A, cô giáo treo 10 bông hoa trên cành cây, trong đó có 5 bông hoa chứa phiếu có thưởng. Bạn Việt hái một bông hoa đầu tiên sau đó bạn Nam hái bông hoa thứ hai. Tính xác suất bạn Nam hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. **C. $\frac{1}{2}$.** D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Bông hoa bạn Nam hái được chứa phiếu có thưởng”, B là biến cố “Bông hoa bạn Việt hái được chứa phiếu có thưởng”.

$$\text{Ta có } P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}; P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{1}{2}, P(A|B) = \frac{4}{9}; P(A|\bar{B}) = \frac{5}{9}.$$

Xác suất bạn Nam hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{2}.$$

Câu 24: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6$; $P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó, $P(A)$ bằng

- A. 0,58.** B. 0,7. C. 0,4. D. 0,52.

Lời giải

Ta có $P(B) = 0,6$. Suy ra $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,4$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,58.$$

Câu 25: Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố X, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,6 và 0,3. Xác suất có mưa vào một buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.

- A. 0,1. **B. 0,33.** C. 0,3. D. 0,9.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Tuyến phố X bị tắc đường” và B là biến cố “Buổi sáng đó có mưa”

Theo đề ta có: $P(B) = 0,1$; $P(A|B) = 0,6$; $P(A|\bar{B}) = 0,3$

Suy ra $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,9$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,1 \cdot 0,6 + 0,9 \cdot 0,3 = 0,33.$$

Câu 26: Cho hai biến cố A và B . Biết $P(B) = 0,8$; $P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,45$, giá trị của $P(B|A)$ bằng

- A. 0,25. B. 0,65. **C. $\frac{56}{65}$.** D. 0,5.

Lời giải

Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$ nên

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,45 = 0,65.$$

$$\text{Do đó theo công thức Bayes ta có } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,65} = \frac{56}{65}.$$

Câu 27: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X, xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{6}{13}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{9}{13}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “người đó nghiện thuốc lá”; $\bar{A}$ là biến cố “người đó không nghiện thuốc lá”; B là biến cố “người đó bị bệnh phổi”. Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Ta có $P(A) = 0,2$; $P(B|A) = 0,7$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|\bar{A}) = 0,15$.

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26.$$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$.

$$\text{Theo công thức Bayes ta có } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13}.$$

Câu 28: Một bệnh viện sử dụng một xét nghiệm để phát hiện một loại bệnh với độ chính xác là 95% (nghĩa là 95% bệnh nhân mắc bệnh sẽ có kết quả dương tính). Xét nghiệm này cũng có tỷ lệ dương tính giả là 2% (nghĩa là 2% bệnh nhân không mắc bệnh cũng có kết quả dương tính). Biết rằng 1% dân số thực sự mắc bệnh này. Nếu một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất thực sự người đó mắc bệnh là bao nhiêu?

A. Khoảng 32%.

B. Khoảng 47%.

C. Khoảng 83%.

D. Khoảng 95%.

Lời giải

Để giải câu hỏi này, chúng ta sẽ sử dụng công thức Bayes.

Ta gọi:

Gọi B là biến cố người mắc bệnh, có $P(B) = 1\% = 0,01$.

$\bar{B}$ là biến cố người không mắc bệnh, có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Gọi D là biến cố người đó được xét nghiệm có kết quả dương tính. Khi đó

Xác suất xét nghiệm dương tính nếu mắc bệnh là $P(D|B) = 95\% = 0,95$.

Xác suất xét nghiệm dương tính nếu không mắc bệnh là $P(D|\bar{B}) = 2\% = 0,02$.

Dùng công thức Bayes để tính xác suất mắc bệnh khi có kết quả xét nghiệm dương tính:

$$P(B|D) = \frac{P(B).P(D|B)}{P(D)}$$

$$P(D) = P(B).P(D|B) + P(\bar{B}).P(D|\bar{B}) = 0,95.0,01 + 0,02.0,99 = 0,0293.$$

$$\text{Suy ra, } P(B|D) = \frac{0,95.0,01}{0,0293} \approx 0,3242.$$

Vậy xác suất người đó thực sự mắc bệnh là khoảng 32%.

Câu 29: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các loại xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Tìm xác suất để viên đạn đó trúng đích.

A. 0,74.

B. 0,86.

C. 0,56.

D. 0,68.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”

B là biến cố “Chọn xạ thủ loại I bắn”.

$$P(B) = \frac{2}{10} = 0,2, \quad P(A|B) = 0,9$$

$$P(\bar{B}) = 1 - 0,2 = 0,8, \quad P(A|\bar{B}) = 0,7$$

Theo công thức xác suất thành phần ta có

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,9 + 0,8 \cdot 0,7 = 0,74.$$

Câu 30: Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. 0,095.

B. 0,746.

C. 0,476.

D. 0,003.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Thư được chọn là thư rác”

B là biến cố: “Thư được chọn là bị chặn”.

Ta có $P(A) = 3\% = 0,03$;

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,03 = 0,97; \quad P(B|A) = 0,95; \quad P(B|\bar{A}) = 0,01.$$

Công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,03 \cdot 0,95}{0,03 \cdot 0,95 + 0,97 \cdot 0,01} \approx 0,746.$$

Câu 31: Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng

A. $\frac{15}{35}$.

B. $\frac{16}{35}$.

C. $\frac{4}{9}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

A: “Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên”;

B: “Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội”.

$$\text{Khi đó, } P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}.$$

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội $\Rightarrow P(B|A) = \frac{16}{35}$.

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội $\Rightarrow P(B|\bar{A}) = \frac{15}{35}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}.$$

Câu 32: Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên,

có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

A. 0,3.

B. 0,03.

C. 0,04.

D. 0,4.

Lời giải

Xét các biến cố:

A : "Người được chọn mắc bệnh X";

B : "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0,002$; $P(\bar{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$;

$P(B|A) = 1$; $P(B|\bar{A}) = 0,06$.

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,002.1}{0,002.1 + 0,998.0,06} \approx 0,03.$$

Câu 33: Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xác suất để khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng bằng

A. 0,7956.

B. 0,7965.

C. 0,9756.

D. 0,9765.

Lời giải

Xét các biến cố:

A : "Khách hàng chọn được bóng đèn Led màu trắng";

B : "Khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng".

Ta có: $P(A) = 0,65$; $P(\bar{A}) = 0,35$; $P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,02 = 0,98$;

$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,03 = 0,97$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,65.0,98 + 0,35.0,97 = 0,9765.$$

Câu 34: Một hộp bút bi Thiên Long có 15 chiếc bút trong đó có 9 chiếc bút mới. Người ta lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút để sử dụng sau đó trả lại vào hộp. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 chiếc bút, tính xác suất cả hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới.

A. $\frac{52}{175}$.

B. $\frac{52}{177}$.

C. $\frac{53}{175}$.

D. $\frac{25}{175}$.

Lời giải

Gọi A "Hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới"

B_0 "Lấy ra một chiếc bút cũ" và B_1 "Lấy ra một chiếc bút mới"

Nên B_0, B_1 là hệ biến cố đầy đủ.

Từ 15 chiếc bút có 9 chiếc bút mới và 6 chiếc bút cũ

$$\text{Ta có: } P(B_0) = \frac{C_6^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{5}, \quad P(B_1) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{3}{5}$$

$$P(A|B_0) = \frac{C_9^2}{C_{15}^2} = \frac{12}{35} \quad \text{và} \quad P(A|B_1) = \frac{C_8^2}{C_{15}^2} = \frac{4}{15}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(A|B_0).P(B_0) + P(A|B_1).P(B_1) = \frac{12}{35} \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{5} = \frac{52}{175}$$

Câu 35: Một công ty du lịch bố trí chỗ cho đoàn khách tại ba khách sạn A, B, C theo tỉ lệ 20% ; 50% ; 30%. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là 5% ; 4% ; 8%. Tính xác suất để một khách nghỉ ở phòng điều hòa bị hỏng.

A. $\frac{2}{500}$

B. $\frac{27}{500}$

C. $\frac{7}{500}$

D. $\frac{23}{500}$

Lời giải

Gọi B "Đề một khách ở phòng điều hòa bị hỏng"

Gọi A, B, C lần lượt là các biến cố Khách nghỉ tại ba khách sạn A, B, C

Ta có: $P(A) = 20\% = 0,2$, $P(B) = 50\% = 0,5$, $P(C) = 30\% = 0,3$, $P(H|A) = 5\% = 0,05$,

$P(H|B) = 4\% = 0,04$, $P(H|C) = 8\% = 0,08$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(H) = P(H|A).P(A) + P(H|B).P(B) + P(H|C).P(C)$$

$$= 0,05.0,2 + 0,04.0,5 + 0,08.0,3 = \frac{27}{500}$$

Câu 36: Có 10 sinh viên thi Xác suất – Thống kê; trong đó có 2 sinh viên giỏi (trả lời 100% các câu hỏi), 3 sinh viên khá (trả lời 80% các câu hỏi), 5 sinh viên trung bình (trả lời 50% các câu hỏi). Gọi ngẫu nhiên một sinh viên vào thi và phát đề có 4 câu hỏi (được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu). Thấy sinh viên này trả lời được cả 4 câu, tính xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá? Xác suất gần bằng số nào sau đây

A. 0,336.

B. 0,3344.

C. 0,337.

D. 0,335.

Lời giải

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là các biến cố gọi một sinh viên Giỏi, Khá, Trung Bình

Nên A_1, A_2, A_3 là hệ biến cố đầy đủ

Gọi B "Sinh viên đó trả lời được 4 câu hỏi"

$$\text{Ta có: } P(A_1) = \frac{C_2^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{5}; P(A_2) = \frac{C_3^1}{C_{10}^1} = \frac{3}{10}; P(A_3) = \frac{C_5^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{2}$$

Ta lại có:

2 sinh viên Giỏi (trả lời 100% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời 20 câu hỏi

3 sinh viên Khá (trả lời 80% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời 20.80% = 16 câu hỏi.

5 sinh viên Trung Bình (trả lời 50% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời 20.50% = 10 câu hỏi.

$$\text{Từ đó } P(B|A_1) = \frac{C_{20}^4}{C_{20}^4} = 1, P(B|A_2) = \frac{C_{16}^4}{C_{20}^4} = \frac{364}{969}, P(B|A_3) = \frac{C_{10}^4}{C_{20}^4} = \frac{14}{323}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) + P(B|A_3).P(A_3)$$

$$= 1 \cdot \frac{1}{5} + \frac{364}{969} \cdot \frac{3}{10} + \frac{14}{323} \cdot \frac{1}{2} = \frac{108}{323}$$

Xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá là $P(A_2|B)$

$$\text{Áp dụng công thức Bayes } P(A_2 | B) = \frac{P(B | A_2) \cdot P(A_2)}{P(B)} = \frac{\frac{364}{969} \cdot \frac{3}{10}}{\frac{108}{323}} = \frac{91}{270} \approx 0,337$$

Câu 37: Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên vi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên vi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên từ hộp thứ hai, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi màu đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi màu đỏ.

A. $\frac{8}{11}$

B. $\frac{7}{15}$

C. $\frac{8}{15}$

D. $\frac{7}{13}$

Lời giải

Gọi A_1 : “Lấy ra một bi một màu xanh ở hộp thứ nhất”

Và A_2 : “Lấy ra một bi một màu đỏ ở hộp thứ nhất”

Nên A_1, A_2 là hệ biến cố đầy đủ

Gọi B : “Hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là màu đỏ”

Ta có: $P(A_1) = \frac{C_3^1}{C_9^1} = \frac{1}{3}$; $P(A_2) = \frac{C_6^1}{C_9^1} = \frac{2}{3}$

$P(B | A_1) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$; $P(B | A_2) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B | A_1) \cdot P(A_1) + P(B | A_2) \cdot P(A_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55} = \frac{7}{15}$$

Xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất màu đỏ, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai màu đỏ, ta áp dụng công thức Bayes

$$P(A_2 | B) = \frac{P(B | A_2) \cdot P(A_2)}{P(B)} = \frac{\frac{28}{55} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{7}{15}} = \frac{8}{11}$$

Câu 38: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

A. 0,4.

B. 0,35.

C. 0,5.

D. 0,65.

Lời giải

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”

Gọi B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính $P(A | B)$

$$\text{Với } P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})}$$

Ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 1\% = 0,01$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5$$

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5

Câu 39: Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam

A. $\frac{207}{1230}$

B. $\frac{207}{1250}$

C. $\frac{10}{27}$

D. $\frac{10}{23}$

Lời giải

Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố gặp được một học sinh nữ, một học sinh nam

Nên A_1, A_2 là hệ biến cố đầy đủ.

Gọi B “ Học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật ”

$$P(A_1) = 52\% = 0,52, P(A_2) = 1 - 0,52 = 0,48.$$

$$P(B|A_1) = 18\% = 0,18; P(B|A_2) = 15\% = 0,15$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) = 0,18.0,52 + 0,15.0,48 = \frac{207}{1250} = 0,1656$$

Xác suất để học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật, ta áp dụng công thức Bayes

$$P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2).P(A_2)}{P(B)} = \frac{0,15.0,48}{0,1656} = \frac{10}{23}$$

Câu 40: Giả sử tỉ lệ người có bệnh nền ở địa phương X là 20%, tỉ lệ người có bệnh nền có phản ứng phụ sau tiêm là 70%, tỉ lệ người không có bệnh nền có phản ứng phụ sau tiêm là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của địa phương X thì khả năng mà người đó có phản ứng phụ sau tiêm là bao nhiêu phần trăm?

A. 15%.

B. 29%.

C. 31%.

D. 26%.

Lời giải

Gọi A là biến cố “người có bệnh nền”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không có bệnh nền”.

Gọi B là biến cố “người có phản ứng phụ sau tiêm”.

Để người mà ta gặp có phản ứng phụ sau tiêm thì người đó có bệnh nền hoặc không có bệnh nền. Ta cần tính $P(B)$.

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$$

$$\text{Ta có } P(A) = 0,2$$

$$P(B|A) = 0,7$$

$$P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,15.$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26.$$

Do đó tỉ lệ người dân của địa phương X có phản ứng phụ sau tiêm là 26%.

Câu 41: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn 1 viên đạn. Tính xác suất để viên đạn trúng đích.

A. 0,74.

B. 0,7.

C. 0,9.

D. 0,3.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”.

Gọi B là biến cố “Chọn xạ thủ loại I bắn”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “Chọn xạ thủ loại II bắn”.

$$\text{Ta có } P(B) = \frac{2}{10} = 0,2; \quad P(\bar{B}) = \frac{8}{10} = 0,8.$$

$$P(A|B) = 0,9; \quad P(A|\bar{B}) = 0,7.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,2.0,9 + 0,8.0,7 = 0,74.$$

Câu 42: Một két nước ngọt đựng 24 chai nước có khối lượng và hình thức bề ngoài như nhau, trong đó có 16 chai loại I và 8 chai loại II. Bác Tùng lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai chai (lấy không hoàn lại). Xét các biến cố: A : “Lần thứ nhất lấy ra chai nước loại I”; B : “Lần thứ hai lấy ra chai nước loại I”. Hỏi xác suất lần thứ hai bác Tùng lấy ra được chai nước loại I là bao nhiêu?

A. $\frac{8}{23}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{16}{23}$.

D. $\frac{15}{23}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}; \quad P(\bar{A}) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}.$$

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại I thì két còn 23 chai nước, trong đó có 15 chai loại I, 8 chai loại II. Suy ra $P(B|A) = \frac{15}{23}$.

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại II thì két còn 23 chai nước, trong đó có 16 chai loại I, 7 chai loại II. Suy ra $P(B|\bar{A}) = \frac{16}{23}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{23} + \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{23} = \frac{2}{3}.$$

Câu 43: Có hai đội thi đấu môn bơi lội. Đội I có 4 vận động viên, đội II có 6 vận động viên. Xác suất đạt huy chương bạc của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,7 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương bạc. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I .

A. $\frac{8}{11}$.

B. $\frac{11}{16}$.

C. $\frac{3}{16}$.

D. $\frac{7}{16}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Vận động viên được chọn thuộc đội I ”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố: “ Vận động viên được chọn thuộc đội II”.

B là biến cố: “ Vận động viên được chọn đạt huy chương bạc”.

Khi đó $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Trong đó: $P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, $P(B|A) = 0,7$.

$P(\bar{A}) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $P(B|\bar{A}) = 0,6$.

Suy ra: $P(B) = \frac{2}{5}.0,7 + \frac{3}{5}.0,6 = \frac{16}{25}$.

Theo công thức Bayes ta có: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{5}.0,7}{\frac{16}{25}} = \frac{7}{16}$.

Câu 44: Một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất 0,8 và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ cuộc gọi rác là 10%. Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Xác suất để đó là cuộc gọi đúng là

A. $\frac{891}{911}$.

B. $\frac{891}{911}$.

C. $\frac{123}{892}$.

D. $\frac{213}{911}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “cuộc gọi được chọn là cuộc gọi rác”, B là biến cố: “cuộc gọi chọn bị chặn” thì $\bar{B}$ là biến cố: “cuộc gọi được chọn không bị chặn”.

Theo đầu bài ta có: $P(A) = 0,1$, $P(\bar{A}) = 0,9$, $P(B|A) = 0,8$, $P(B|\bar{A}) = 0,01$.

Ta có: $P(B) = P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A}) = 0,8.0,1 + 0,01.0,9 = 0,089$.

Vì $P(B|\bar{A}) = 0,01 \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,99$, $P(B|A) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 0,2$

Theo công thức Bayes ta có:

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}).P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{A}).P(\bar{B}|\bar{A}) + P(A).P(\bar{B}|A)} = \frac{0,9.0,99}{0,9.0,99 + 0,1.0,2} = \frac{891}{911}.$$